QUADRILATERI

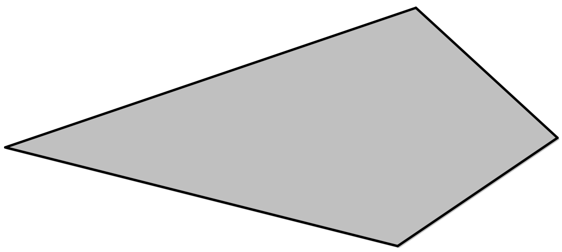
Definizione: un **quadrilatero** (o quadrangolo) è un poligono di quattro lati.

Due **lati** non consecutivi di un quadrilatero sono detti **opposti**.

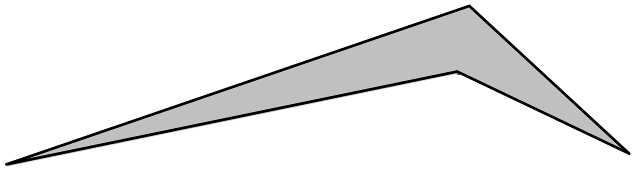
Due **angoli** interni di un quadrilatero non adiacenti ad uno stesso lato sono detti **opposti**.

NB_1 – esistono quadrilateri concavi e quadrilateri convessi.

NB_2 – noi studieremo solo i poligoni convessi.

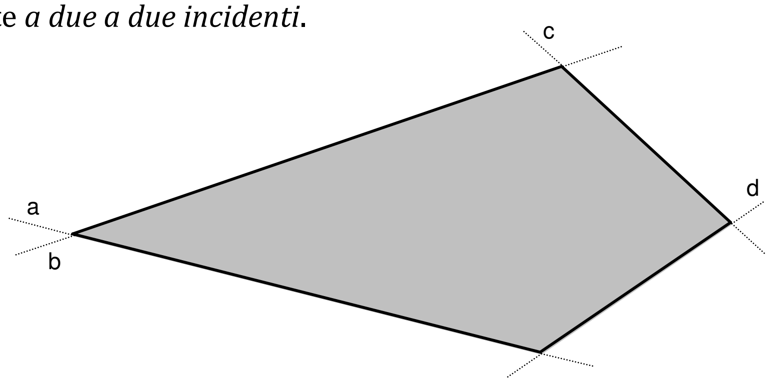


Quadrilatero convesso



Quadrilatero concavo

È dunque possibile pensare ad un quadrilatero come alla parte di piano delimitata da quattro rette *a due a due incidenti*.



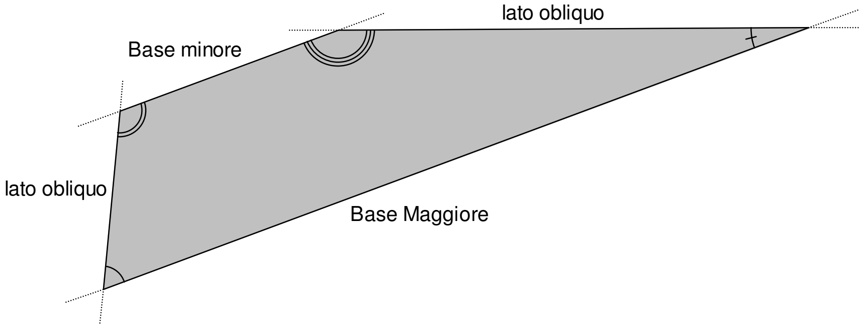
Proprietà
Per ogni quadrilatero convesso è sempre vero che:

1) gli angoli interni sono 4;
2) la somma degli angoli interni è un angolo giro;
3) la somma degli angoli esterni è uguale a quella degli angoli interni;
4) le diagonali sono due.

Quadrilateri particolari
Cominciamo dunque l'analisi di tutta una serie di quadrilateri che presentano alcune proprietà particolari, e per tale motivo acquistano nomi diversi.

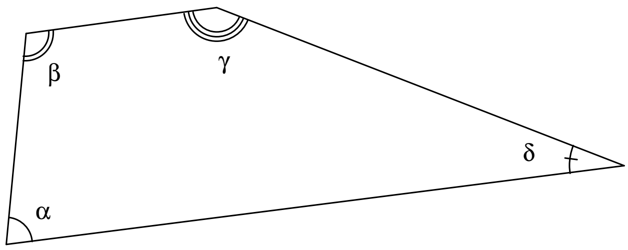
I TRAPEZI
Definizione: un trapezio è un quadrilatero con due soli lati paralleli.

I lati paralleli del trapezio vengono detti **basi** (e sono sempre opposti), gli altri due invece **lati obliqui**.



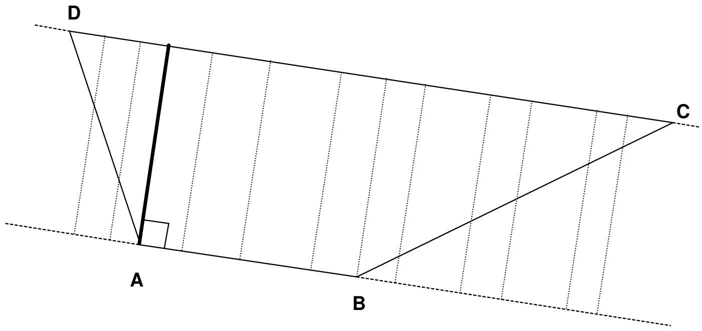
È dunque possibile pensare ad un trapezio come alla parte di piano delimitata da due rette parallele tagliate da due trasversali tra loro incidenti.

Proprietà
Per ogni trapezio è sempre vero che:



1) valgono tutte le proprietà dei quadrilateri;
2) gli angoli adiacenti ad uno stesso lato obliquo sono *supplementari* (nella figura dunque $\alpha+\beta=\gamma+\delta=180°$);

Altezza di un trapezio
Si chiama *altezza* di un trapezio ogni segmento perpendicolare alle rette a cui le basi appartengono.



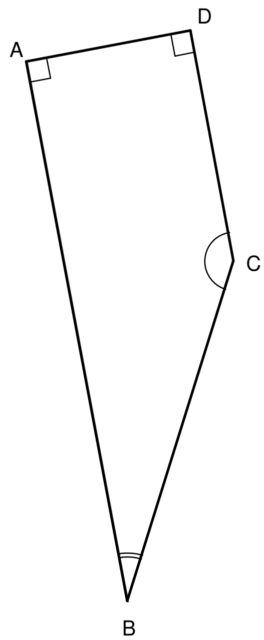
Ovviamente tali segmenti sono infiniti e hanno tutti la stessa lunghezza.
Si può dunque liberamente affermare che un trapezio ha **solo una** altezza.

Definizione: l'altezza di un trapezio è la distanza tra le due basi.

Trapezi particolari
All'interno della famiglia dei trapezi è possibile individuarne due con alcune caratteristiche particolari.

Trapezio rettangolo

Definizione: un trapezio si dice rettangolo se ha **un** *angolo retto*.



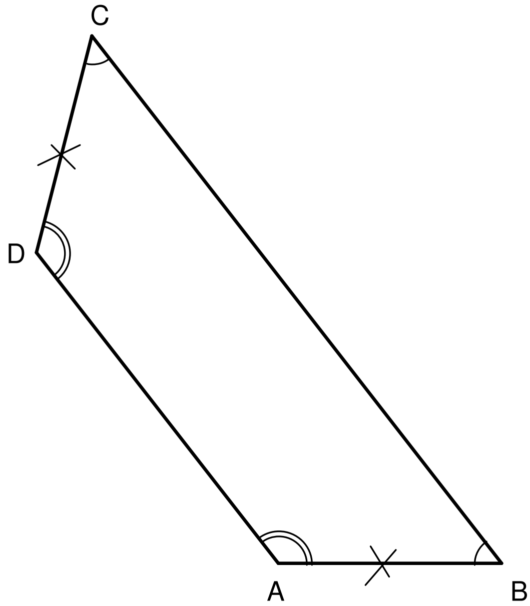
Proprietà
Per ogni trapezio rettangolo è sempre vero che:

1) valgono tutte le proprietà dei trapezi;
2) gli angoli retti sono due;
3) gli angoli retti sono adiacenti ad uno stesso lato obliquo;
4) il lato obliquo perpendicolare alle basi è anche altezza.

Trapezio isoscele

Definizione: un trapezio si dice isoscele se ha i **lati obliqui uguali**.

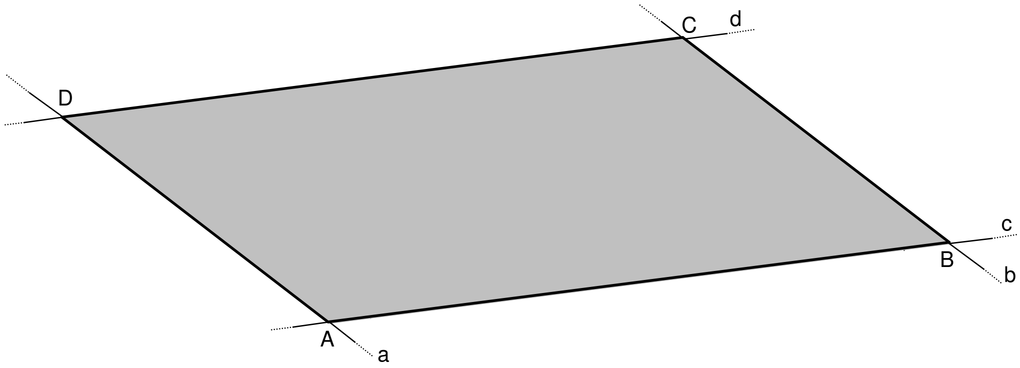
Proprietà
Per ogni trapezio isoscele è sempre vero che:



1) valgono tutte le proprietà dei trapezi;
2) gli angoli adiacenti ad una stessa base sono uguali;
3) le diagonali sono uguali;
4) le proiezioni dei lati obliqui sulle basi sono uguali;
5) tracciando le due diagonali il trapezio rimane diviso in 4 triangoli di cui i due costruiti sui lati obliqui sono congruenti e gli altri due hanno tutti gli angoli rispettivamente uguali (sono detti simili);

PARALLELOGRAMMI

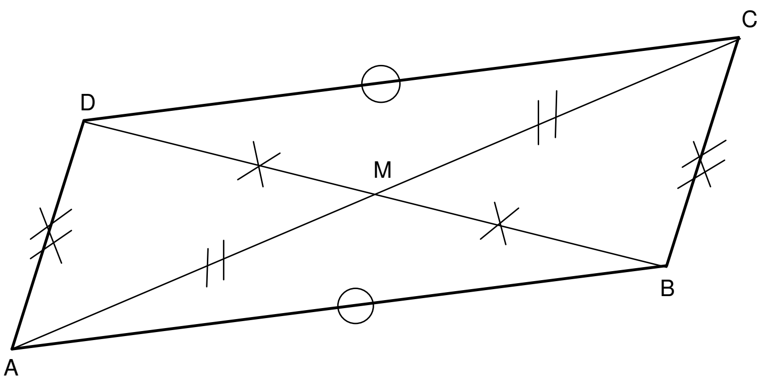
Definizione: si dice parallelogrammo un quadrilatero con **i lati opposti paralleli**.



È dunque possibile pensare ad un parallelogrammo come alla parte di piano delimitata da due rette parallele tagliate da due trasversali *tra loro parallele*.

Proprietà

Per ogni parallelogrammo è sempre vero che:

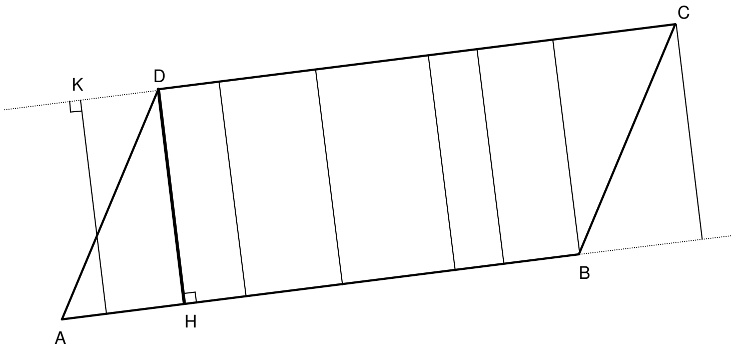


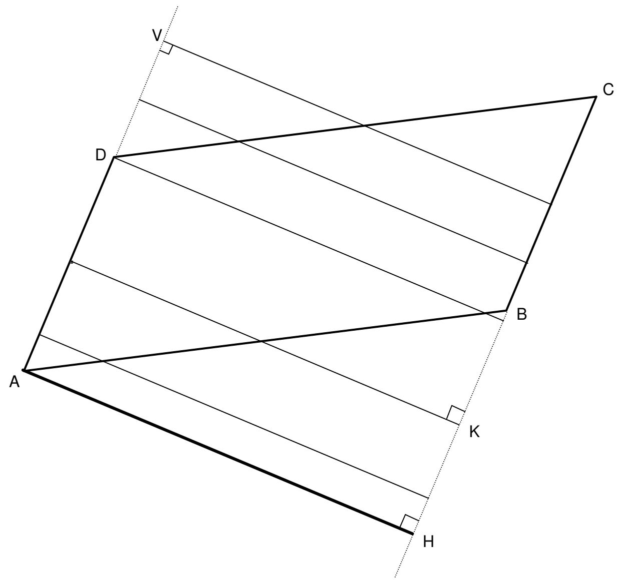
1) valgono tutte le proprietà dei quadrilateri;
2) i lati opposti sono uguali;
3) gli angoli opposti sono uguali;
4) gli angoli adiacenti ad uno stesso lato sono supplementari;
5) le diagonali hanno il punto medio in comune;
6) ciascuna diagonale divide il parallelogrammo in due triangoli uguali;
7) le due diagonali dividono il parallelogrammo in quattro triangoli a due a due uguali.

NB – ciascuna delle prime cinque proprietà sopra elencate può essere scelta come definizione (ed in questo caso la suddetta definizione diventa una proprietà). Infatti è possibile dimostrare che ciascuna di esse implica tutte le altre.

Altezze di un parallelogrammo

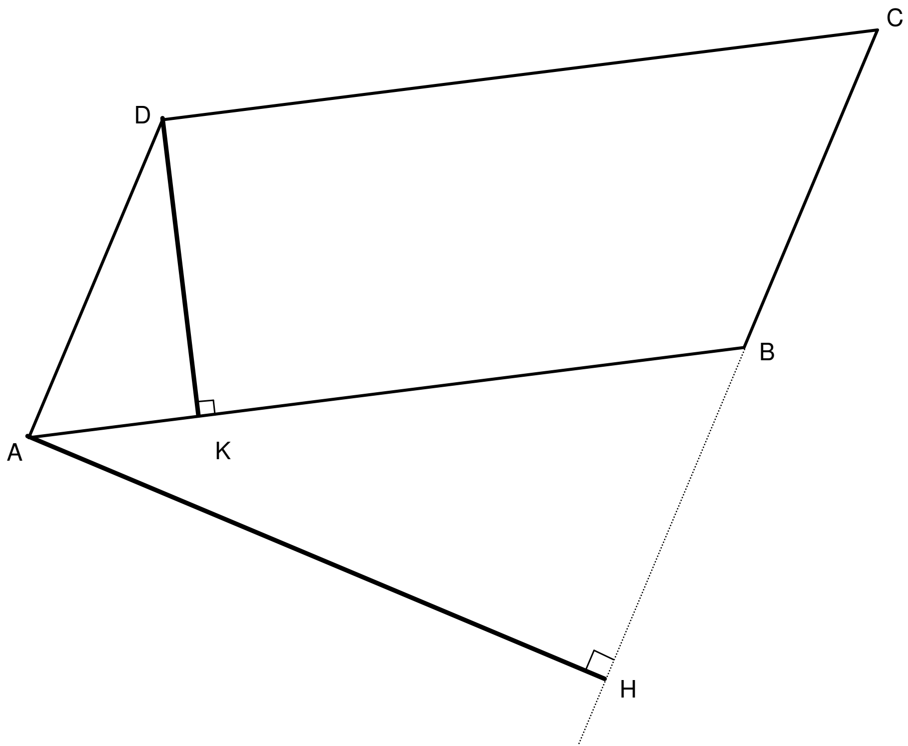
Definizione: si chiama altezza di un parallelogrammo ogni segmento perpendicolare a due lati opposti.





Tutti i segmenti che congiungono perpendicolarmente gli stessi lati opposti sono infiniti e *hanno la stessa lunghezza*.

Siccome le coppie di lati opposti sono solo due, si può affermare che un parallelogrammo ha solo **due altezze**.



Riassumendo: le altezze di un parallelogrammo sono le distanze tra due lati opposti.

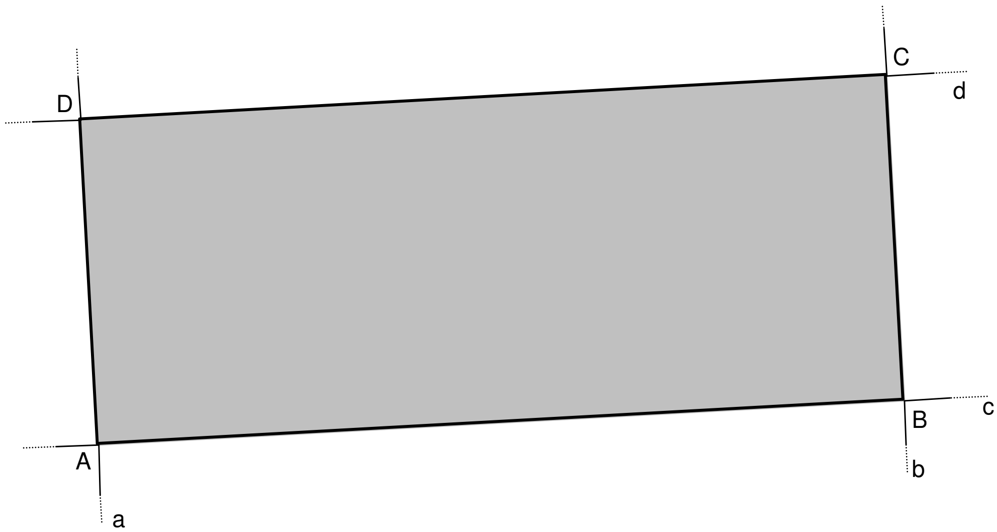
NB_1 – Quando si parla di altezza di un parallelogrammo è allora assolutamente necessario specificare di quale si stia parlando.

NB_2 – Ogni altezza è relativa ad una coppia di lati.

PARALLELOGRAMMI PARTICOLARI

RETTANGOLO

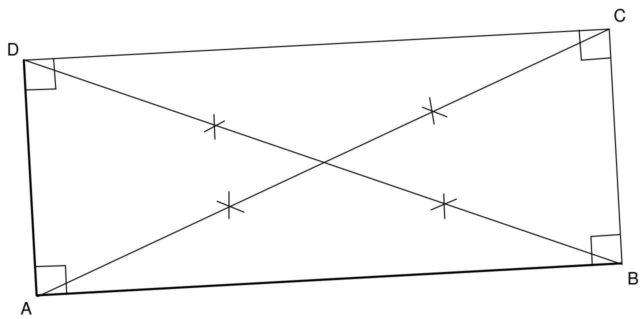
Definizione: si dice rettangolo un parallelogrammo con **un** *angolo retto*.



È dunque possibile pensare ad un rettangolo come alla parte di piano delimitata da due rette parallele tagliate *perpendicolarmente* da due trasversali tra loro parallele.

Proprietà

Per ogni rettangolo è sempre vero che:



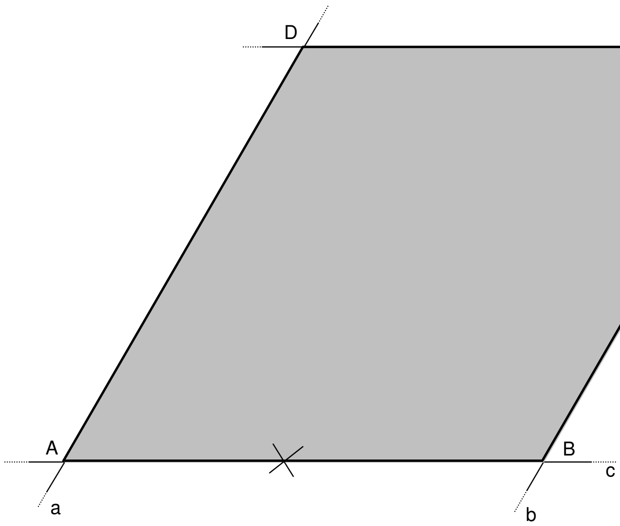
1) valgono tutte le proprietà dei parallelogrammi;
2) gli angoli sono tutti uguali e retti;
3) le diagonali sono uguali;
4) è equiangolo;
5) ogni diagonale divide il rettangolo in due triangoli rettangoli (uguali);
6) le diagonali dividono il rettangolo in quattro triangoli isosceli (a due a due uguali);
7) ogni lato è anche altezza (relativa ovviamente ad uno dei lati consecutivi ad esso).

NB_1 – ciascuna delle proprietà sopra elencate può essere scelta come definizione (ed in questo caso la suddetta definizione diventa una proprietà). Infatti è possibile dimostrare che ciascuna di esse implica tutte le altre.

NB_2 – grazie all’ultima proprietà è possibile chiamare i due lati consecutivi dimensioni del rettangolo.

ROMBO

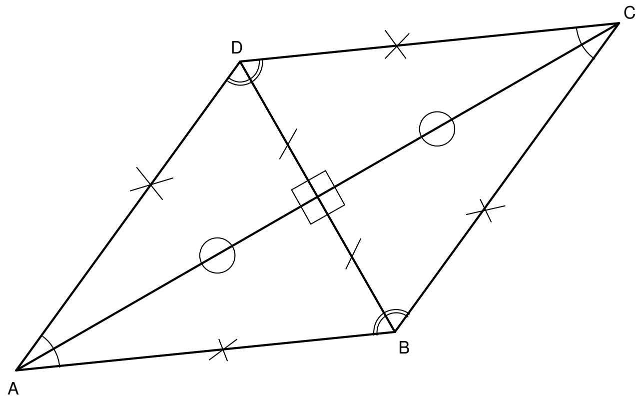
Definizione: si dice rombo un parallelogrammo **con due lati consecutivi uguali**.



Proprietà

Per ogni rombo è sempre vero che:

1) valgono tutte le proprietà dei parallelogrammi;
2) è equilatero;
3) le diagonali sono perpendicolari;
4) ogni diagonale divide il rombo in due triangoli isosceli (uguali);
5) le diagonali dividono il rombo in quattro triangoli uguali (e rettangoli);
6) le diagonali sono bisettrici degli angoli interni;
7) le due altezze sono uguali.



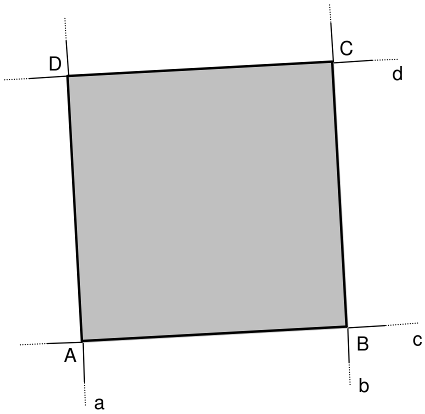
NB_1 – ciascuna delle proprietà sopra elencate può essere scelta come definizione (ed in questo caso la suddetta definizione diventa una proprietà). Infatti è possibile dimostrare che ciascuna di esse implica tutte le altre.

NB_2 – grazie all'ultima proprietà è possibile affermare che il rombo ha una sola altezza.

NB_3 – ovviamente le diagonali non sono **mai** altezze.

QUADRATO

Definizione: si dice quadrato un rettangolo che sia anche rombo.



Proprietà

Per ogni quadrato è sempre vero che:

1) valgono tutte le proprietà dei rettangoli;

2) valgono tutte le proprietà dei rombi.

NB$_1$ – sebbene la suddetta analisi abbia il pregio della sintesi, vale la pena ripetere alcune importanti proprietà dei quadrati:

Per ogni quadrato è sempre vero che:

a) è equilatero;

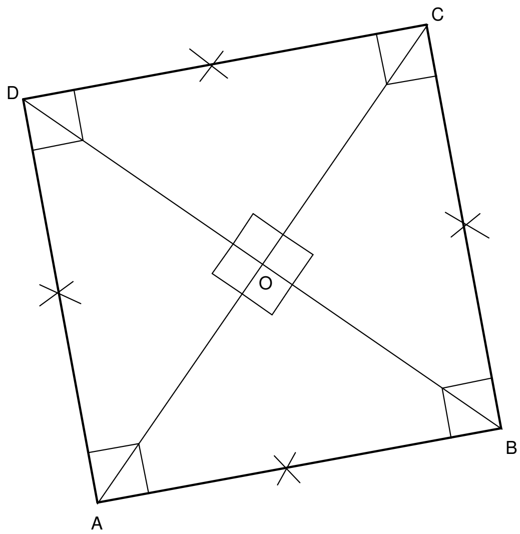
b) è equiangolo;

c) le diagonali sono perpendicolari, uguali, con il punto medio in comune e bisettrici degli angoli interni;

d) ogni diagonale divide il quadrato in due triangoli rettangoli isosceli uguali;

e) le diagonali dividono il quadrato in quattro triangoli rettangoli isosceli uguali;

f) le altezze sono uguali ai lati (per cui parliamo di una unica altezza che è la dimensione del quadrato).

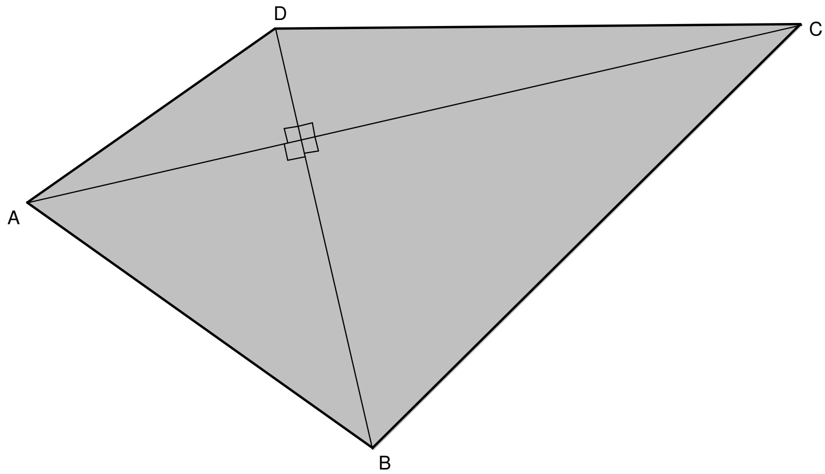


NB$_2$ – ciascuna delle proprietà sopra elencate può essere scelta come definizione (ed in questo caso la suddetta definizione diventa una proprietà). Infatti è possibile dimostrare che ciascuna di esse implica tutte le altre.

NB$_3$ – il quadrato è l'unico quadrilatero ad essere un poligono regolare.

DELTOIDE

Definizione: si dice deltoide un quadrilatero con le diagonali perpendicolari.



Proprietà

Per ogni deltoide è sempre vero che:

1) valgono tutte le proprietà dei quadrilateri;

2) le diagonali dividono il romboide in quattro triangoli rettangoli.

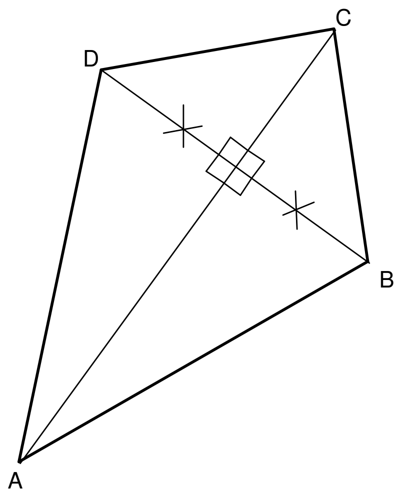
NB_1 – ciascuna delle proprietà sopra elencate può essere scelta come definizione (ed in questo caso la suddetta definizione diventa una proprietà). Infatti è possibile dimostrare che ciascuna di esse implica tutte le altre.

NB_2 – sebbene esistano deltoidi che sono anche trapezi (scaleni, isosceli, rettangoli) l'unico deltoide ad essere un parallelogrammo è il rombo.

NB_3 – ovviamente ogni rombo è un deltoide.

NB_4 – ovviamente il quadrato (essendo rombo) è un deltoide.

NB_5 – un deltoide viene detto **romboide** quando solo una delle diagonali ha il punto medio appartenente anche all'altra diagonale.



L'insieme dei Quadrilateri

Il seguente diagramma di Eulero–Venn vuole rappresenta i rapporti tra le varie famiglie di quadrilateri: